

キャンディの包み紙原理

(Candy wrapping paper principle)

小松和志 Kazushi Komatsu (高知大学工学部)
平口敦基 Atsuki Hiraguchi (高知大学大学院)
森本雅智 Masatoshi Morimoto (高知大学大学院)

概要

ポップアップスピナーは開閉に応じて羽が回転するポップアップカードである。なぜ、羽が回転するのかを説明するための単純な原理をひとつ提案する。それはキャンディの包み紙に見られる原理である。この原理を用いて、回転運動を生じる円筒折り紙構造を構成し、ねじれから回転角を求める。

Abstract

The pop-up spinner is a pop-up card. As the card opens and closes its frames rotate. We propose one simple principle to explain why the frames rotate. That is the principle found in candy wrapping papers. Using this principle, we construct a Cylindrical origami structure that generates rotational motion and find the rotation angle from the twist.

1. ポップアップスピナーとキャンディの包み紙

ポップアップスピナーは図1のような開閉に応じて羽が回転するポップアップカードである。[6]において、これは紹介されている。図2のようなテンプレートにおいて、実線部分を切り、点線を谷折り、一点鎖線を山折りすることにより、作成することができる。[1]において、ポップアップスピナーの運動はパラメータを用いて記述することができ、運動の軌道をコンピュータ上に描画することもできることを示した。しかしながら、小学生にも分かるように、一言で、羽が回る理由を説明したい。私たちが提案する説明は「ポップアップスピナーの羽が回るのは、キャンディの包み紙と同じだから。」というものである。キャンディの包み紙はワックスペーパーやセロファン等の材質の四角い紙であり、これでキャンディを巻くようにしてから、両端をねじって留めることで包装する。ここで、真ん中に関して、両端のねじれが反転するようにする。言い換えれば、包み紙の両端を固定して、真ん中のキャンディが包まれている部分をねじるのである。この状態から、両端を左右に引っ張ることで、キャンディが包まれている部分が回転して、キャンディを取り出すことができる。すなわち、キャンディの包み紙から考察される原理は、ねじれ構造とその反転構造を合わせた構造は、そのねじれを解消しようとする、ねじれ構造の合わせ目に回転が生じるというものである。

さて、ポップアップスピナーのどこに、ねじれ構造が現れているだろうか。[6]では、ポップアップスピナーのテンプレートの中央にある谷折り山折



図1:ポップアップスピナー

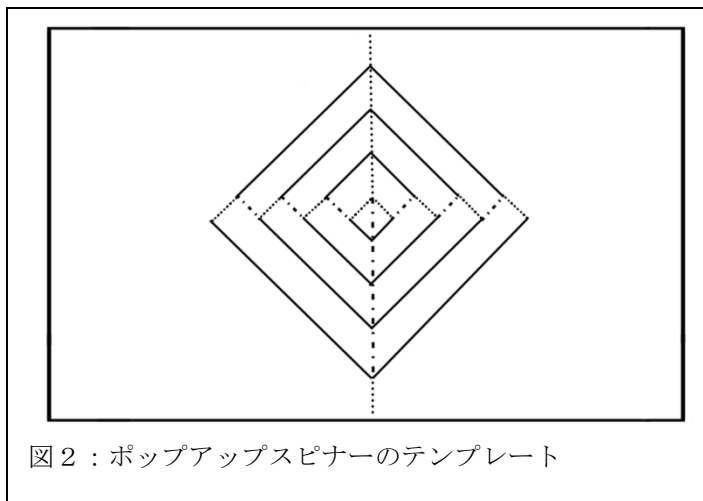
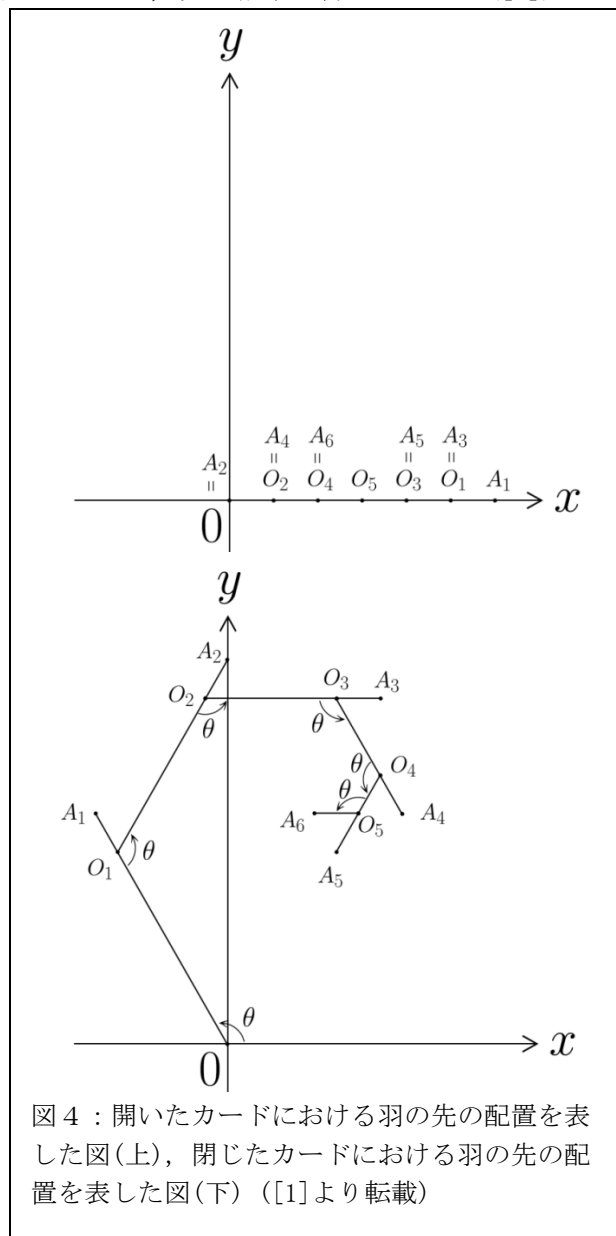
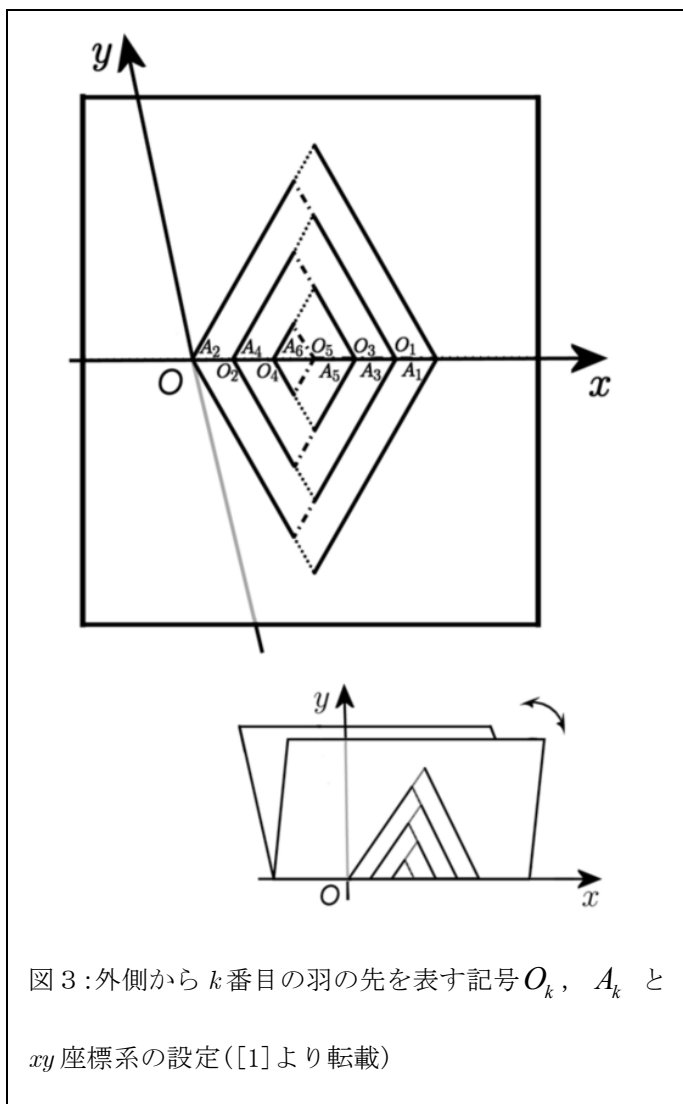


図2:ポップアップスピナーのテンプレート

りのジグザグに注目している。ジグザクの角度 $\theta = 90^\circ$ をもつこの折れ線はチェーンと呼ばれ、完成したポップアップスピナーが開いた状態では、テンプレートに見られるのと同じように平面的なジグザグの配置を取り、閉じた状態ではらせん状にねじれて折り畳まれる。私たちはこのチェーンのねじれ構造と回転の関係調べたが、結論としては、回転に密接に関係したねじれ構造は[1]で調べられた図4([1]より転載、 θ が一般の角度の場合)のようなねじれ構造であることが分かった。ここで、図3のように記号と座標系を定めておく。これは実際にテンプレートからポップアップスピナーを折る工程で、羽の位置がねじって折られていることを観察することで分かる。このねじれ構造を用いて、次の結果が得られている([1]):

「ジグザグの角度 θ ，羽の数 n をもつポップアップスピナーの一番内側の羽の回転角度は、 $n\theta$ である。」



ねじれ構造を合わせた構造は、折紙スプリングという折り紙構造([2])にも現れている。平成26年度(2014年度)の小松研究室の卒業研究で製作された24のプリーツをもつ折紙スプリング(図5)は見た目はキャンディの包み紙そのものである。両端を外側に引いて伸ばすと、中央の膨らんだ部分において、紙の端の一方が他方の内側へと巻き込まれるような動きが起こり、膨らんだ部分が縮まり小さくなる。この巻き込み運動が回転と言えなくもないが、分かりにくい。



2. 回転運動を生じる折り紙構造

このセクションでは、キャンディの包み紙原理を使って、回転運動を生じる折り紙構造を構成し、ねじれから回転角を求める。ボタンまたは穴のあいた板状のものにタコ糸などのひもを通して作るぶんぶんゴマ(または、びゅんびゅんゴマ)という手作りおもちゃがある。ひもをねじっておいてから、外側に引く、ゆるめるを繰り返すことでボタンまたは穴のあいた板状のものが回転し続ける。これを連想させる折り紙構造を構成することを目指そう。[3]において考案されたらせん型円筒折り紙構造のテンプレートとそれを反転させたものを合わせて図6右のようなテンプレートを作る。このテンプレートは図6左の平行四辺形の基本ユニット及びその反転したものを並べて作られる。実際にテンプレートを折ってゆく。まず、外枠の黒線で切り取る。青線を山折り、赤線を谷折りに折り目をつけておく。テンプレートの上側の灰色の部分のがのりしろであり、下側と貼り合わせて円筒状にする。さっきつけた折り目に従って、折り畳んでゆくと完成する。できあがったものは図7のような折り紙構造である。この両端を持って、外側に引いて伸ばしたり、逆に中央に向けて押して折り畳んだりすることで、中央部分に回転運動が生じる。

[3]及び[4]では、 α 、 β の角度の値について、折り畳んだときの外側の多角形を正 m 角形にするには、 $\alpha = 180/m$ であり、平坦に折り畳めるためには、 β の値の範囲は、 $45 - (90/m) < \beta < 90 - (180/m)$ であることが示されている。例えば、折り畳んだときの多角形を正6角形にするには、 $\alpha = 30^\circ$ である。

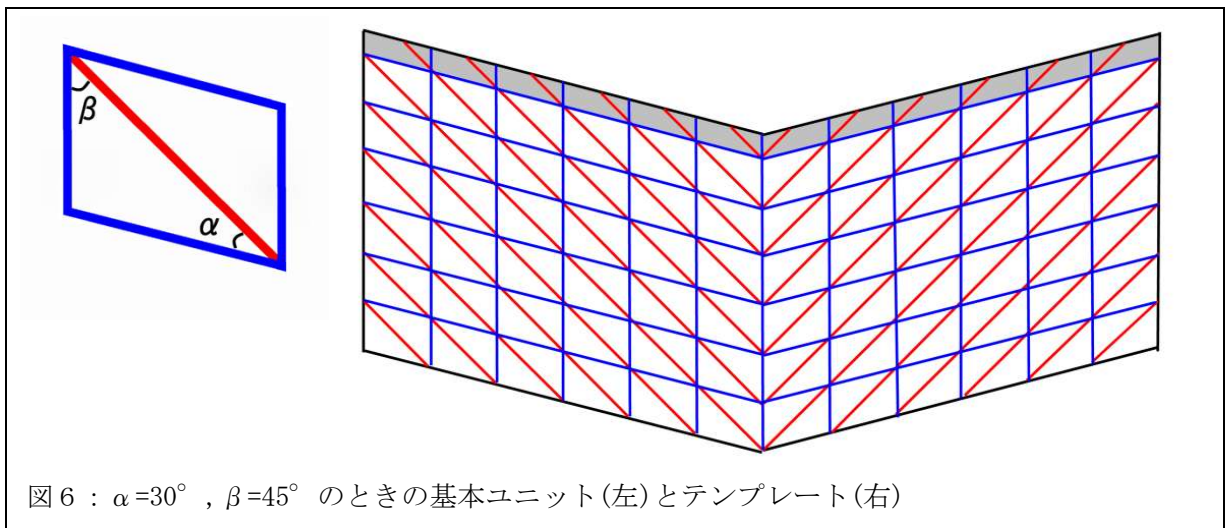


図6： $\alpha=30^\circ$ 、 $\beta=45^\circ$ のときの基本ユニット(左)とテンプレート(右)

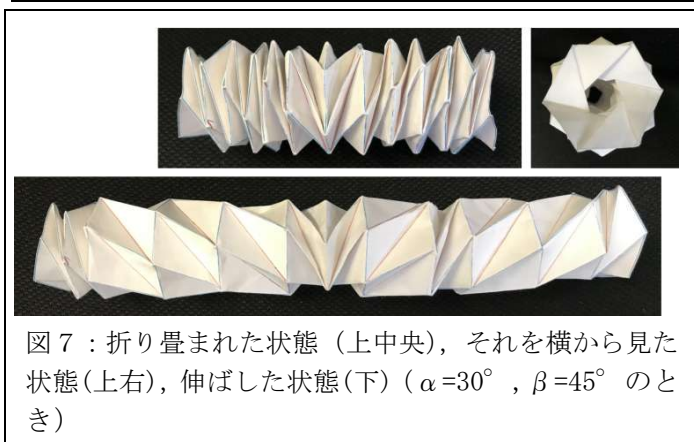


図7：折り畳まれた状態(上中央)、それを横から見た状態(上右)、伸ばした状態(下) ($\alpha=30^\circ$ 、 $\beta=45^\circ$ のとき)

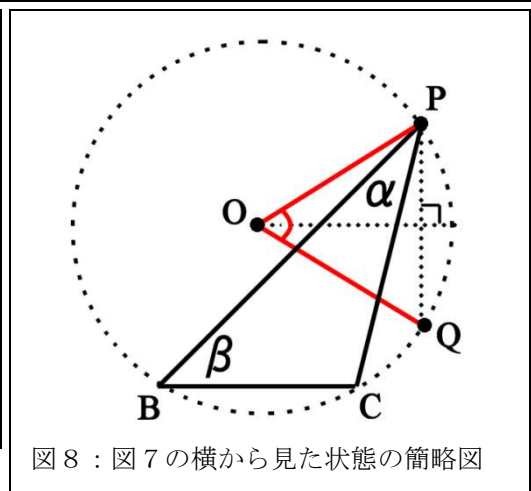


図8：図7の横から見た状態の簡略図

図7のような円筒折り紙構造の中央部分の回転角度を調べよう。図8は、この構造を折り畳んだところを横方向から見て、基本ユニットがどのように折り畳まれているかが分かるようにした簡略図である。折り畳まれた状態は点Oを中心とするある円に内接し、基本ユニットのひとつは辺PBで折り畳まれていて、図8にはその半分である三角形PBCが描かれている。図8の状態から、伸ばされるときには、点Pは辺BCのまわりを回るように移動し、円筒状になったとき横方向からは点Qの位置に見える。そのため、

1列分から生じるねじれの角度は $\angle POQ$ であり、 $\angle POQ = 2\alpha + 4\beta - 180$ であることが分かる。辺BCと線分PQが垂直であることに注意しよう。 $\angle POQ = 2\alpha + 4\beta - 180$ を示すひとつのやり方として、補助線OBを引き、円周角の定理を用いて、初等的な幾何的議論をすることにより、 $\angle POQ$ の二等分の角度を α と β を用いて表すというやり方ができる。図7の $\alpha = 30^\circ$ 、 $\beta = 45^\circ$ の円筒折り紙構造の場合には、中央部分から左右に6列をもつので、(理想的な状態では)中央部分の回転角度は $60 \times 6 = 360^\circ$ (1回転)であることが計算される。

3. 今後の課題

[5]の「変形とひずみエネルギー」の項目によると、らせん型円筒折り紙構造が剛体折り紙ではないことが示唆されている。上では $\alpha = 30^\circ$ 、 $\beta = 45^\circ$ のものを載せている。逆にひずみのおかげで動きにメリハリができていようにも感じられる。回転角度を大きくしようとするなら、 $\alpha = 30^\circ$ 、 $\beta = 50^\circ$ のものの方が良さそうであるが、動きがスムーズでは無かった。製作者の技術的な問題もあるかもしれないが、ひずみの影響が強いという可能性がある。穴が小さい方が変形のひずみは大きいのではないかと考えられる。今後の課題として、回転運動のためには α 、 β の値は何が最適化かという問題が考えられる。構造自体の変更も視野に入れるべきかもしれない。

参考文献

- [1] H. Ei, H. Hayashi and K. Komatsu, Analysis of the motion of the pop-up spinner, Forma 31 (2016) pp. 1-5.
- [2] 布施知子, らせんを折ろう(折り紙コレクション), 筑摩書房 (1992)
- [3] 野島武敏, 平板と円筒の折りたたみ法の折り紙によるモデル化, 日本機械学会論文集(C編)66巻 643号 (2000) pp. 1050-1056.
- [4] I. Hagiwara, C. Yamamoto, X. Tao and T. Nojima, 反転らせん型モデルを用いた円筒形折り紙構造の圧潰変形特性の最適化検討, 日本機械学会論文集(A編) 70巻 689号(2004) pp. 36-42
- [5] 三谷純, 折り紙研究ノート(2)動き編(<http://mitani.cs.tsukuba.ac.jp/origami2/>).
- [6] J. O' Rourke, How to fold it: The Mathematics of Linkages, Origami and Polyhedra. Cambridge University Press (2011), (日本語訳「折り紙のすうり」 近代科学社, (2012)上原隆平訳)