Scientific and Educational Reports of the Faculty
of Science and Technology, Kochi University
Vol. 2 (2019), No. 5

穴あき折紙スプリング

(Origami spring having a central hole)

江居宏美 Hiromi Ei(弘前大学理工学研究科)
林浩子 Hiroko Hayashi*
小松和志 Kazushi Komatsu(高知大学理工学部)

概要

折紙スプリングとは１枚の紙を折ってできるもので，バネのような挙動をする．私たちは中心に穴をもった折紙スプリングといえるものを構成し，その運動を１つのパラメータを用いて記述する．オリジナルの折紙スプリングは特別な場合として得られる．

Abstract

Origami spring is made by folding a piece of paper, behaving like a spring. We construct what may be called Origami spring with a hole in the center, and can parametrize its motion by a single parameter. Original Origami spring is obtained as a special case.

1. イントロダクション

図１のような対角線が描かれた長方形(灰色部分，ユニットと呼ぶ)を横に並べたものを１段と言い，それを上下反転させて縦に並べることで，折紙スプリングのテンプレートを得る．対角線は谷折り，その他を山折りして螺旋状に折ってゆくことで図２のような折紙スプリングは作られる．折紙スプリングは Jeff Beynon によって創作されて，布施知子により[3]の中で「ジェフさんのびゅんびゅんバネ」として紹介された．ユニークな挙動をすることから，[5],[6]において，その機構の工学的な応用への可能性が調べられている．

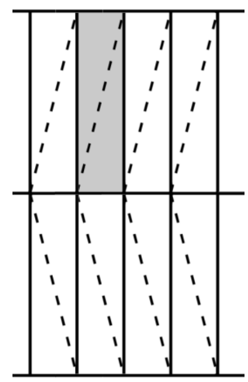

図１：折紙スプリングのユニット

ここでは“理想的な状態”，すなわち，紙の厚さを考慮せず，紙同士がお互いを通り抜けるのを許すものとし，折紙スプリングの変形過程において，テンプレートで同じ水平な直線上にあった辺は常に同一平面にあり，さらにそれらの平面が全て平行であることを仮定する．[5]において，実際には頂点の次数は６だが，この仮定の下では，頂点の周りの折り変形が次数４をもつ場合に帰着され，運動の自由度が１となることが述べられている．ここで，頂点の次数とはその頂点を端点に持つ折り目の本数を表す．運動の自由度が１であることはトポロジーの言葉で言うと，折紙スプリングの運動の状態のなす配置空間の次元が１次元であることを導く．実際，次数４をもつ頂点の周りの折り変形を考える場合にその配置空間は[1]における方法で決定することができる．[1]では，次数４をもつ全ての場合が調べられており，それによると配置空間は１次元をもつことが分かる．配置空間を調べるには，パラメータ表示を用いることが可能である場合には，それが有効な方法となることがある．例えば，[2]においては，パラメータ表示を用いて，ポップアップスピナーと呼ばれる機構の挙動を明らかにすることができた．

図２：折紙スプリング

折紙スプリングにおいては，上記の理想的な状態として挙げた仮定に，「ユニットの対角線はその中点でお互いに接する」という仮定を付け加えることが数学的に自然である． この付け加えた仮定を拡張して「ユニ

*平成 24 年(2012 年)，高知大学にて博士(理学)の学位を取得。

Received: March 4, 2019
Reviewed by anonymous referee(s), and accepted: March 11, 2019
Published: March 27, 2019

ットの対角線はその中点で心棒に接する」を仮定することで，中心に穴をもった折紙スプリングといえるものを構成し，初等的な考察により，その運動を１つのパラメータを用いて記述することができる. この拡張された仮定については次のセクションで詳しく述べる.

2. 穴あき折紙スプリングとそのパラメータ表示

図３のような対角線が描かれた平行四辺形のユニット(灰色部分)を折紙スプリングのユニットと同様にして，縦横に並べることで，目的のテンプレートを得ることができる．ここで，角 BAC，角 ABC はそれぞれ α，β とし，BC = 1，AB = m，AC = ℓ とする．対角線は谷折り，その他を山折りする．それから作られるものは図４のような機構である．これを穴あき折紙スプリングと呼ぶ.

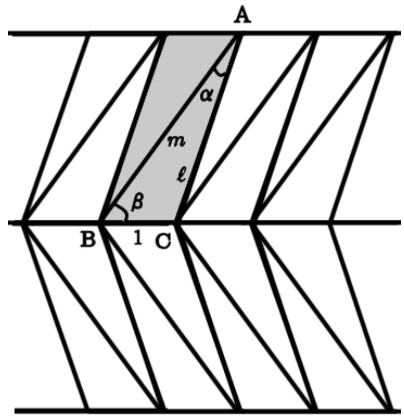

図３：穴あき折紙スプリングのユニット

図４は，$\alpha = \dfrac{\pi}{12}$，$\beta = \dfrac{\pi}{3}$ のときである．また，

$\pi - (2\alpha + \beta) = \dfrac{\pi}{2}$ であるので，$\dfrac{\pi}{2}$ の角度が，図４(上)に現れている．平面に折り畳んだ時の三角形 ABC 達に外接する円の半径を R，内側にある円の半径を R' とする. 得られた穴あき折紙スプリングにある空洞には半径 R' をもつ円柱を心棒として入れることができる．図５において，正弦定理より

$R = \dfrac{1}{2\sin\alpha}$ であり, 辺 AB はその中点で内側の円に接していることを仮定しているので，$R' = \sqrt{R^2 - \left(\dfrac{m}{2}\right)^2}$ となる.

今，穴あき折紙スプリングにおいて，平面に折り畳まれた状態から伸びる運動を記述する．伸びる運動は図６のように穴あき折紙スプリングの膨らんだ部分に力を加えると生じる. そのとき，膨らんだ部分に巻くような動きが起こり，膨らんだ部分の半径が縮まる．その半径をパラメータ t とする．簡単のために, テンプレートの１段に相当する部分を考える．1 段分のテンプレート上下の水平な直線上にあった辺は二つの平行な平面上にある．その二つの平行な平面の間の距離を s で表す(図７)．そのとき，簡単な考察により，s はパラメータ t を用いて $s = 2\sqrt{R^2 - t^2}$ と表される．よって，次の結果を得る：

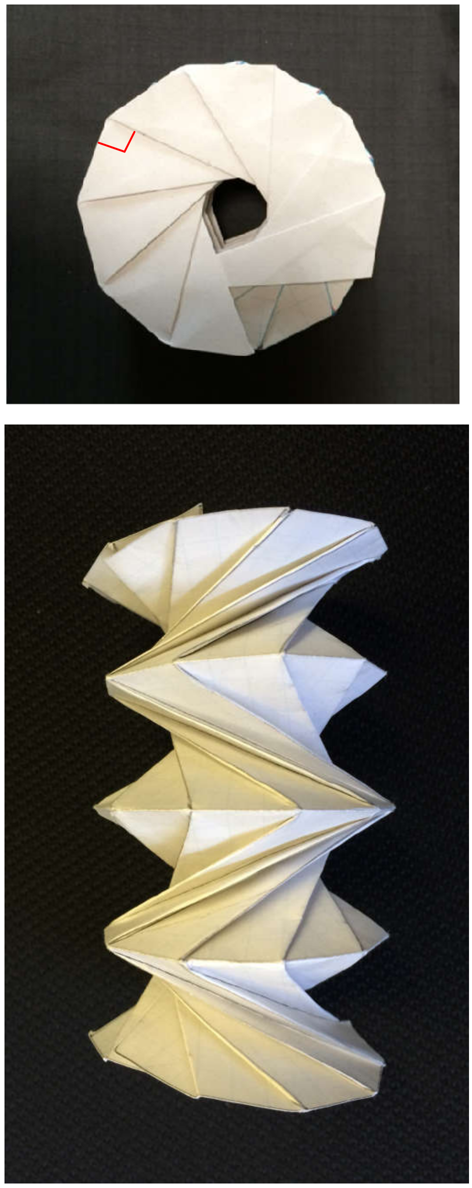
図４：平面に折り畳まれた状態(上) と穴あき折紙スプリング(下)

<u>結果</u>　折紙スプリングを特別な場合として含む機構(穴あき折紙スプリング)を構成することができる. その運動は１つのパラメータを用いて記述される.

実際，$\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}$ のとき，$R=\dfrac{m}{2}$ となり，$R'=0$，すなわち，(穴の無い)オリジナルの折紙スプリングである(図１参照).

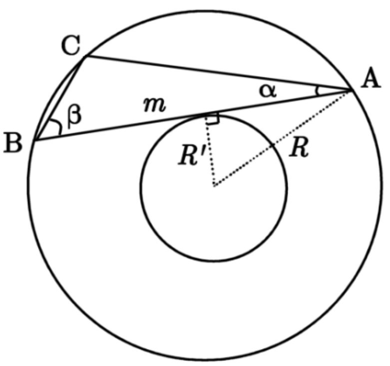

図５：平面に折り畳まれた状態を簡略化した図

注意　(1) テンプレートは反転らせん型円筒折紙構造([4])と良く似ているが，最も大きな違いは筒状にして閉じないか閉じるかである．(穴の無い)折紙スプリングと反転らせん型円筒折紙構造の動作の違いは[6]において調べられている.
(2) 穴あき折紙スプリングを実際に作成すると,心棒がないと,うまく動作しないことが分かる.
(3) 実際の(穴の無い)折紙スプリングの挙動では，紙の内側への巻き込みが起こることで伸展範囲が広がるが，これは紙の厚さによるずれから可能になっているものと考えられている.[6]において指摘されているように，ずれが生じないと紙がぶつかってそこで止まってしまう．一方で，実際の穴あき折紙スプリングでは，ずれが少ないのか，紙がぶつかってしまい，巻き込みが起こりにくいようである.

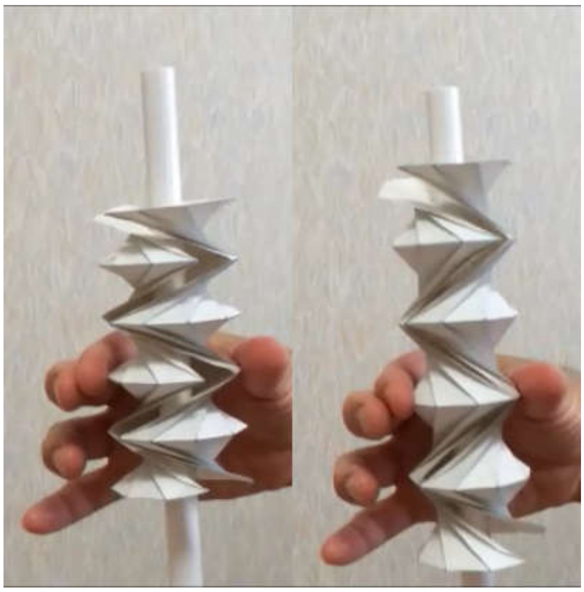
図６：心棒を通した穴あき折紙スプリングが伸びる様子

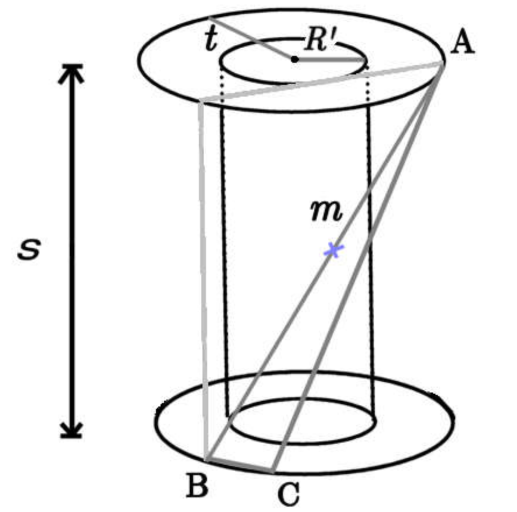

図７：膨らんだ部分の半径 t をもつテンプレートの１段相当の部分

参考文献

[1] D. J. Balkcom, E. D. Demaine, M.L. Demaine, J. A. Ochsendorf and Z. You, Folding Paper Shopping Bags, in Origami4: Proceedings of the 4th International Meeting of Origami Science, Math, and Education (OSME 2006), A K Peters,(2006) pp.315-334.
[2] H. Ei, H. Hayashi and K. Komatsu, Analysis of the motion of the pop-up spinner,Forma 31(2016) pp.1-5.
[3] 布施知子, らせんを折ろう(折り紙コレクション), 筑摩書房 (1992)
[4] I.Hagiwara, C.Yamamoto, X. Tao and T. Nojima, 反転らせん型モデルを用いた円筒形折り紙構の圧潰変形特性の最適化検討, 日本機械学会論文集(A 編) 70 巻 689 号(2004)pp.36-42
[5] H. Matsuo, D. Matsuura, Y. Sugahara and Y. Takeda, Kinematic Characterization of the Origami Spring Based on a Spherical 6R Linkage, in New Advances in Mechanisms, Mechanical Transmissions and Robotics. Mechanisms and Machine Science 46. Springer (2017) pp.187-196
[6] C. C. Min and H. Suzuki, Geometrical Properties of Paper Spring, in Manufacturing Systems and Technologies for the New Frontier, (2008) pp.159-162.